

Într-o urnă sunt 30 de bile: albe, roșii și negre. Dacă extragem la întâmplare 19 bile, atunci cel puțin o bilă este neagră. Dacă extragem 21 de bile, atunci cel puțin una este roșie. Oricum am extrage 7 bile în urnă rămâne cel puțin o bilă albă. Aflați câte bile de fiecare culoare sunt în urnă.

Concurs interjudețean "Sanda Nicolită", Drăgășani

Soluție: Notăm A numărul bilelor albe, R numărul bilelor roșii și N numărul bilelor negre.

Din "dacă extragem la întâmplare 19 bile, atunci cel puțin o bilă este neagră" avem:

$$A + R < 19$$

Din "dacă extragem 21 de bile, atunci cel puțin una este roșie" avem:

$$A + N < 21$$

Din "oricum am extrage 7 bile în urnă rămâne cel puțin o bilă albă" avem:

$$A > 7$$

În sfârșit, din "într-o urnă sunt 30 de bile" avem

$$A + R + N = 30$$

Acum, din

$$A + R < 19 \text{ și } A + R + N = 30$$

deducem

$$N > 11,$$

iar din

$$A + N < 21 \text{ și } A + R + N = 30$$

deducem

$$R > 9.$$

Dacă

$$N > 11 \text{ și } R > 9,$$

atunci

$$N + R > 20.$$

De aici și din

$$A + R + N = 30$$

deducem că

$$A < 10.$$

Cum $A < 7$ obținem că A poate fi 8 sau 9.

Dacă $A = 8$ avem:

Din $A + R < 19$ deducem $R < 11$ și cum $R > 9$ rezultă $R = 10$.

Din $A + N < 21$ deducem $N < 13$ și cum $N > 11$ rezultă $N = 12$.

Dacă $A = 9$, din $A + R < 19$ deducem $R < 10$ și cum $R > 9$ rezultă că această situație este imposibilă.

În concluzie sunt 8 bile albe, 10 bile roșii și 12 bile negre.