

Pentru n număr natural definim numărul $A = 4^n + 5^{n+1} + 9^{n+2}$. Arătați că A nu poate fi pătrat perfect, oricare ar fi n .

Soluție: Notăm $u(a)$ ultima cifră a lui a . Vom calcula ultima cifră a lui A .

Avem

$$\begin{aligned}u(4^{2k}) &= 6 \text{ și } u(4^{2k+1}) = 4; \\u(5^n) &= 5; \\u(9^{2k}) &= 1 \text{ și } u(9^{2k+1}) = 9.\end{aligned}$$

Atunci

$$u(A) = u(4^{2k}) + u(5^{2k+1}) + u(9^{2k+2}) = 2$$

sau

$$u(A) = u(4^{2k+1}) + u(5^{2k+2}) + u(9^{2k+3}) = 8.$$

Dar un pătrat perfect nu poate avea ultima cifră 2 sau 8, deci A nu este pătrat perfect.